Prüfungsaufgaben M 12 L = K (1-5), L (6-20)

1) Alle natürlichen Zahlen werden aneinandergeschrieben: 123456789101112131415....
An der 341. Stelle steht die Ziffer ..... .

2) Jedes Glied der Folge $a_n = (n+2)^3 - 3(n+2)^2 + 3(n+2) - 1$ ist ohne Rest teilbar durch -----

A) 2 B) n C) $n+1$ D) $n+2$ E) $n+3$

3) Für die unendliche Folge $a_n = \dfrac{\sin\left(n\cdot\frac{\pi}{2}\right)}{n+1}$, $[\, n = 1, 2, 3, \dots \,]$, gilt ----- .

A) Sie ist monoton abnehmend.

B) Die Folge ihrer Beträge ist monoton abnehmend.

C) Sie hat den Grenzwert 1.

D) Sie hat den Grenzwert 0.

E) Sie hat keinen Grenzwert.

4) Die rekursiv definierte Folge

$$a_1 = 1\,, \qquad a_{n+1} = a_n + n + 1$$

hat eine explizite Darstellung der Form $a_n = pn^2 + qn + r$.
Bestimmen Sie die Zahlen p, q, r.

5) Gegeben sind die Folgen $a_n = \dfrac{n+1}{2^n}$, $s_n = \sum\limits_{k=1}^{n} a_k$.

a) Berechne die Werte der Folgeglieder s_1, s_2, s_3, s_4.

b) Für s_n existiert die explizite Darstellung $s_n = p - \dfrac{n+q}{2^n}$.
Bestimme p und q und beweise die Allgemeingültigkeit der Darstellung mit vollständiger Induktion.

1) [T80H3] 2) [T86F2] 3) [T84F4] 4) [P03F4b] 5) [P04F2]

6) Die Summe aller durch 3 teilbaren Zahlen zwischen 100 und 1000 ist ...

7) Die Summe aller durch 20 teilbaren dreiziffrigen Zahlen beträgt ..... .

8) Die Summe $s = 13 + 34 + 55 + \ldots\ldots + 10702$ beträgt ....

9) Die Summe aller ungeraden Zahlen von 3 bis $2n - 1$ $(n > 2)$ beträgt --- .

A) $n^2 + n$ B) $n^2 - 1$ C) $n^2 - 2n + 1$ D) $n^2 + 2n + 1$ E) $n^2 + n - 3$

10) Zwischen 9 und 576 sind 9 Zahlen einzuschieben, so dass zusammen mit den zwei gegebenen Zahlen eine geometrische Folge entsteht. Wenn man das mittlere Glied mit der Anzahl der Glieder der entstandenen Folge multipliziert, ergibt sich ... .

11) Die ersten zwei Glieder einer geometrischen Folge sind $\sqrt{2}$ und $\sqrt[3]{4}$.
Dann ist das vierte Glied --- .

A) 2 B) $\sqrt[5]{16}$ C) $\dfrac{\sqrt[9]{4}}{\sqrt[4]{2}}$ D) $\sqrt[5]{8}$ E) anders als A) bis D)

12) In einer unendlichen geometrischen Reihe mit Summe 9 ist der erste Term um 4 grösser als der zweite. Dann hat der erste Term den Wert ... .

13) Von einer geometrischen Folge ist die Summe der ersten drei Glieder 351, die Summe der nächsten drei Glieder 13. Das Anfangsglied der Folge ist ... .

14) Gegeben sei eine konvergente unendliche geometrische Reihe. Ihre Summe betrage 20, die Summe der Reihe, gebildet aus den Quadraten der Glieder der ersten Reihe, sei 100. Dann ist das Anfangsglied der gegebenen Reihe ... .

6) [T69F9] 7) [T87F4] 8) [T04F4] 9) [T83F4] 10) [T80H5] 11) [T82F3] 12) [T69H9] 13) [T83H3] 14) [T81H3]

info@examprep.ch
Tel: +41 720 06 67

15) Die unendliche Reihe $(1+2x)+(x^3+2x^4)+(x^6+2x^7)+\ldots$
konvergiert dann und nur dann, wenn ---

A) $x<1$ B) $0 \le x < 1$ C) $-1 < x < 1$ D) $-\frac{1}{2} \le x < 0$ E) $-1 < x < 0$

16) Für das allgemeine Glied a_n der geometrischen Folge mit
$a_1 = 500$ und $a_2 = 200$ gilt: $a_n < 10^{-4}$, wenn $n > n_0$ ist.
Die kleinste natürliche Zahl n_0 mit der genannten Eigenschaft ist ....

17) Das dritte Glied einer geometrischen Folge ist gleich dem arithmetischen Mittel aus dem ersten, zweiten und vierten Glied. Berechne den Quotienten.

18) Vier positive Zahlen x_1, x_2, x_3, x_4 sind gesucht. Die Zahlen x_1, x_3, x_4 bilden eine arithmetische Folge mit der Differenz x_2, die Zahlen x_1, x_2, x_4 eine geometrische Folge mit dem Quotienten x_3.

19) Eine unendliche geometrische Reihe besitzt das Anfangsglied $\cos x$.
Das zweite Glied lautet $\cos 2x$.

a) Für welche x – Werte im Intervall von $0°$ bis $180°$ konvergiert die Reihe?

b) Wie muss das Anfangsglied gewählt werden, wenn die Reihe den Summenwert -1 haben soll?

20) Einem geraden Kreiskegel mit Radius r und Höhe h wird der auf der Grundfläche stehende gerade Kreiszylinder einbeschrieben, dessen Höhe gleich dem n – ten Teil der Kegelhöhe ist. Dem durch die Deckfläche dieses ersten Zylinders abgeschnittenen Restkegel wird in gleicher Art ein zweiter Zylinder einbeschrieben, dessen Höhe wiederum gleich dem n – ten Teil der Höhe des Restkegels ist. In dieser Weise fortfahrend, erhält man schliesslich eine unendliche Folge einbeschriebener Zylinder abnehmender Grösse. Berechne die Summe der Volumina dieser Zylinder, sowie den Grenzwert dieser Summe für $n \to \infty$.

15) [T79H6] 16) [T78F5] 17) [P71F4R] 18) [P71H1] 19) [P78F4] 20)[P79F4]

info@examprep.ch
Tel: +41 720 06 67
Verwaltung:
ExamPrep GmbH
Parkweg 5, 8800 Thalwil