

# Lösung Aufgabe 149 : Dispersion

©Björn Graneli, ExamPrep 2017

## Dispersion des Lichtes

Die Abhängigkeit des Brechungsindex für Silikat-Flintglas ist in Abb.1 gegeben. Unter einem Einfallswinkel von  $\frac{\pi}{4}$  trifft ein weisser Lichtstrahl auf eine ebene Fläche eines Stücks solchen Glases.

- Zeigen Sie in einer Skizze, wie die Komponente blau (400,0 nm) und rot (700,0 nm) an der Oberfläche des Glases abgelenkt werden.
- Wie gross ist der Winkelunterschied?
- Berechnen Sie den Grenzwinkel für Totalreflexion für rotes und blaues Licht an einer Flintglas-Luft Grenzfläche.

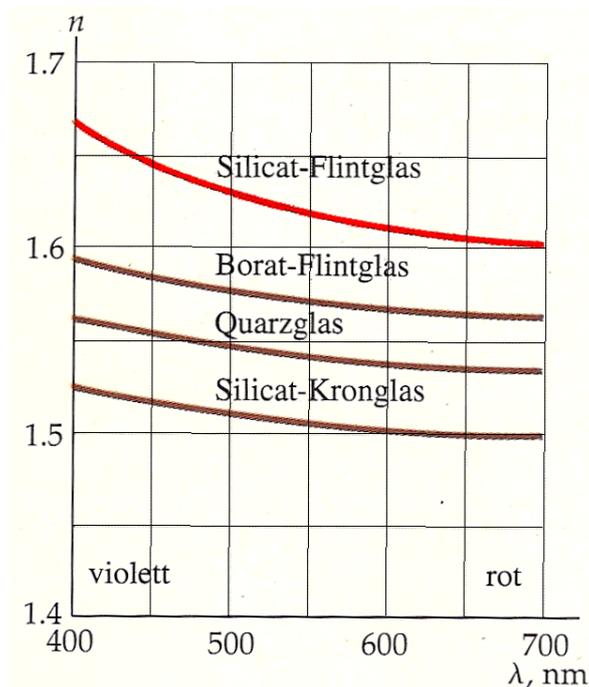


Abbildung 1: Brechungsindex in Abhängigkeit der Wellenlänge für einige Glassorten.

### Lösung:

Aus dem Diagramm Abb.1 entnimmt man die Brechungsindizes für violettes (400,0 nm) und rotes Licht (700,0 nm):

$$n_{400} = 1,67 ;$$

$$n_{700} = 1,60 ;$$

Ein optisches Material, dessen Brechungsindex  $n(\lambda)$  von der Wellenlänge abhängt, wie in Abb.1, hat *normale Dispersion*. Es gibt Materialien, die im Bereich des sichtbaren Lichts eine Dispersionsrelation  $n(\lambda)$  aufzeigt, wo umgekehrt der Brechungsindex mit der Wellenlänge zunimmt (anomale Dispersion). Alle Materialien können dieses Verhalten aufweisen, aber dann meistens im UV- oder IR-Bereich. Erweitern wir das Wellenlän-

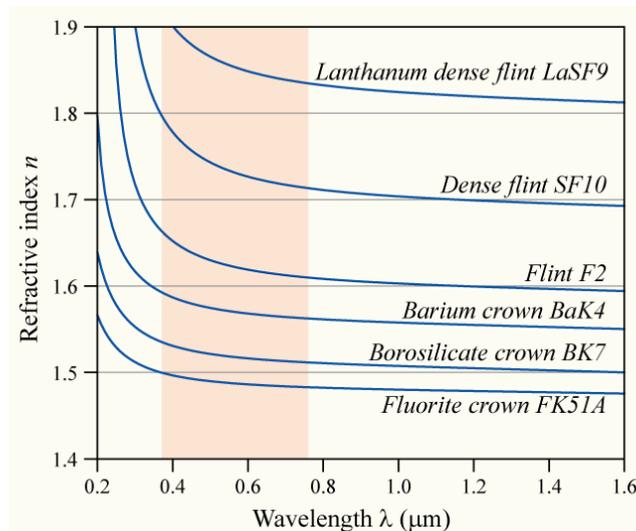


Abbildung 2: Erweiterter Wellenlängenbereich für einige Glassorten mit normaler Dispersion.

genbereich stark, erhalten wir ein Dispersionsverlauf wie in Abb.3. In den meisten optischen Materialien befindet sich das Spektrum des sichtbaren Lichtes zwischen zwei Resonanzen, die im Infraroten bzw. Ultravioletten Absorptionsbänder verursachen

- a) Der Brechungsindex für blaues Licht ist für die in Abb.1 dargestellten Glassorten grösser als für rotes. blaues Licht wird also beim Eintreten ins Material stärker gegen den Normalen abgelenkt (gebrochen) als rotes.

Genau genommen dürfen wir, wegen der Dispersion, nur monochromatisches Licht verwenden, wenn wir Strahlen zeichnen. Weisses Licht führt bei Linsen zu Abbildungsfehler, sog. Farbfehler, die wir als *chromatische Aberration* bezeichnen, d.h., der Brennpunkt ist nicht gemeinsam für unterschiedliche Wellenlängen (Farben). Den

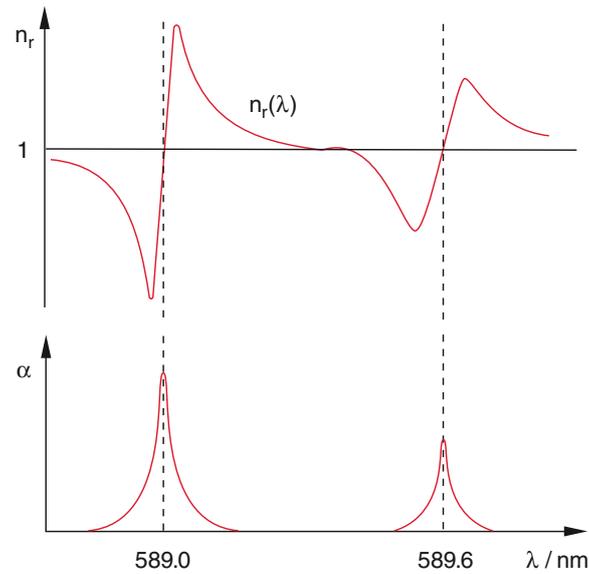


Abbildung 3: Oben Dispersion, unten Absorption in Na-Dampf in der Umgebung der beiden Natrium D-Linien bei  $\lambda_1 = 589,0 \text{ nm}$  und  $\lambda_2 = 589,6 \text{ nm}$  (Demtröder 2).

Fehler sieht man als farbige Kontouren bei der Abbildung. Für rotes Licht liegt der Brennpunkt weiter von der Linse entfernt.

Für dünne Linsen, und Glassorten mit geringer Brechzahl ( $\approx 1,5$ ) müssen wir nur selten die Dispersion berücksichtigen. Die Brechung in einem Prisma und das Auftreten eines Regenbogens erinnert uns an die Bedeutung auch im Alltag (Wasser hat nur  $n = 1,33$ ).

- b) Beim Eintritt aus der Luft in einem optischen Material mit Brechungsindex  $n$ , wird ein Lichtstrahl gegen die Flächennormale Abgelenkt (gebrochen). Der Brechwinkel ist vom Einfallswinkel und Brechungsindex  $n$  nach dem Brechungsgesetz von Snellius gegeben.

Mit Index (1) wird das Medium bezeichnet, aus dem der Lichtstrahl kommt, hier das optisch dünnere Medium (Luft), dessen Brechungsindex  $n_1$  wir mit 1,00 approximieren. Das optisch dichtere Medium das Glas, habe die Brechungszahl  $n_2$ . Für die beiden Winkel zur Flächennormalen gilt nach Snellius:

$$n_1 \sin(\theta_1) = n_2 \sin(\theta_2) \quad \Rightarrow \quad (1)$$

$$(1,00) \sin\left(\frac{\pi}{4}\right) = n_2 \sin(\theta_2) \quad \Rightarrow$$

$$\theta_2 = \arcsin\left(\frac{1,00}{n_2} \sin\left(\frac{\pi}{4}\right)\right); \quad (2)$$

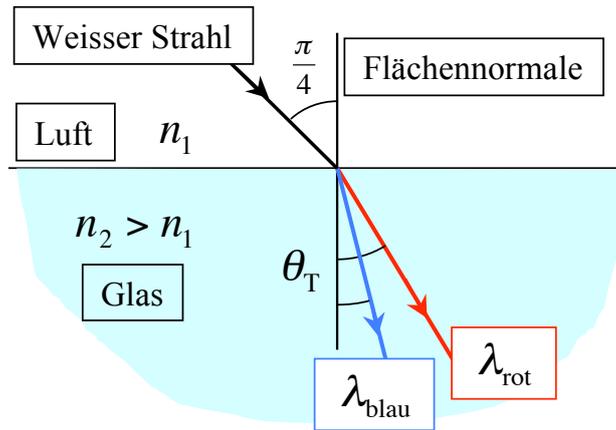


Abbildung 4: Einfall eines weissen Strahls auf einer Grenzfläche Luft/Glas. Die aufgeteilten Komponenten werden gegen die Normale gebrochen.

Wir setzen in Gl.(2) ein: Für  $n_2$  die Werte  $n_{400} = 1,67$  und  $n_{700} = 1,60$ , und bekommen:

$$\theta_{400} = \arcsin \left( \frac{1,00}{n_{400}} \frac{1}{\sqrt{2}} \right) ;$$

$$\theta_{700} = \arcsin \left( \frac{1,00}{n_{700}} \frac{1}{\sqrt{2}} \right) ;$$

Mit diesem Resultat erhalten wir für den Winkelunterschied zwischen rot und blau somit:

$$\begin{aligned} \Delta\theta &= \theta_{400} - \theta_{700} = \\ &= \left| \arcsin \left( \frac{1,00}{1,67} \frac{1}{\sqrt{2}} \right) - \arcsin \left( \frac{1,00}{1,60} \frac{1}{\sqrt{2}} \right) \right| = \\ &= |25,051 - 26,228| = \underline{\underline{1,177}} ; \end{aligned}$$