Lösung Aufgabe 232 : Reflexion und Transmission

Reflexion und Transmission

Ein Lichtstrahl fällt in Luft (Vakuum) auf die ebene Grenzfläche eines optischen Mediums der Brechzahl n_2.

a) Bei welchem Reflexionswinkel steht der reflektierte Strahl senkrecht zum transmittierten Strahl ?

b) Bei welchem Brechungswinkel steht der reflektierte Strahl senkrecht zum einfallenden Strahl ?

Lösung:

a) Das Gesetz von SNELLIUS (1618/21) gibt den Zusammenhang zwischen dem Winkel eines Lichtstrahls zum Einfallslot und dem an einer Grenzfläche zwischen zwei optischen Medien gebrochenen Strahl:

$$n_1 \sin(\vartheta_1) = n_2 \sin(\vartheta_2) \; ; \tag{1}$$

Der einfallende Strahl kommt aus Medium mit Index (1) und wird ins Medium mit Index (2) gebrochen. Einfallender Strahl, Einfallslot (Flächennormale) und gebrochener Strahl liegen in einer Ebene.

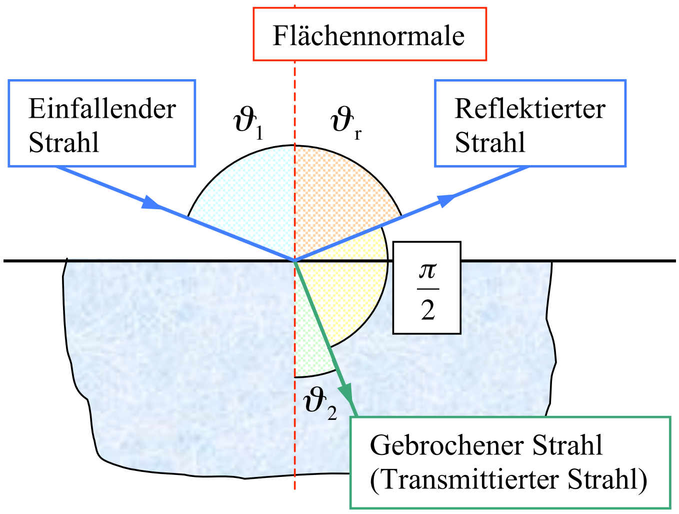

Abbildung 1: Die geometrischen Voraussetzungen im Teil (a).

In der vorliegenden Aufgabe ist das Medium (1) Luft, das als Vakuum betrachtet wird, also mit Brechungsindex $n_1 = 1,0$.

Es wird in der Aufgabe auf den reflektierten Strahl Bezug genommen. Durch das Reflexionsgesetz wird einen Zusammenhang mit dem einfallenden Strahl hergestellt: Der Einfallswinkel ist gleich der Reflexionswinkel:

$$\vartheta_1 = \vartheta_{\mathrm{r}} \; ; \tag{2}$$

Der Begriff *Einfallslot* wird in der Literatur für die Flächennormale einer optischen Grenzfläche benützt. Das Reflexionsgesetz lautet dann, genauer formuliert:

> *Einfallender und reflektierter Strahl bilden mit dem Einfallslot gleiche Winkel. Lot und Strahlen liegen in einer Ebene.*

Es gilt nach der Abb.1:

$$\left(\frac{\pi}{2} - \vartheta_2\right) + \left(\frac{\pi}{2} - \vartheta_{\mathrm{r}}\right) = \frac{\pi}{2} \; ; \tag{3}$$

Wir suchen den Reflexionswinkel ϑ_r, für den wir mit Gl.(3) einen Zusammenhang zum gebrochenen (transmittierten) Strahl unter dem Winkel ϑ_2 bestimmen können:

$$\pi - \frac{\pi}{2} - \vartheta_2 = \vartheta_\mathrm{r} \quad \Rightarrow$$

$$\vartheta_2 = \frac{\pi}{2} - \vartheta_\mathrm{r} \; ; \tag{4}$$

Der transmittierte Strahl, Winkel ϑ_2, interessieren uns eigentlich nicht. Mit dem Gesetz von Snellius Gl.(1) bekommen wir einen Zusammenhang mit dem Einfallenden Strahl unter dem Einfallswinkel ϑ_1 und dann, mit dem Reflexionsgesetz, weil nach Gl.(2)

$$\vartheta_1 = \vartheta_\mathrm{r} \; ; \tag{5}$$

zum ϑ_2:

$$n_1 \sin(\vartheta_1) = n_2 \sin(\vartheta_2) \quad \Rightarrow \quad n_1 \sin(\vartheta_\mathrm{r}) = n_2 \sin(\vartheta_2) \; ;$$

Mit unserem Resultat Gl.(4) bekommen wir:

$$n_1 \sin(\vartheta_\mathrm{r}) = n_2 \sin\left(\frac{\pi}{2} - \vartheta_\mathrm{r}\right) \quad \Rightarrow \quad n_1 \sin(\vartheta_\mathrm{r}) = n_2 \cos(\vartheta_\mathrm{r}) \; ;$$

Wir lösen die gesuchte Reflexionswinkel und nehmen als numerischen Beispiel Medium (2) als Wasser, also $n_2 = 1,33$:

$$\tan(\vartheta_\mathrm{r}) = \frac{n_2}{n_1} = 1,33 \quad \Rightarrow$$

$$\vartheta_\mathrm{r} = \underline{\underline{0,926\,\mathrm{rad}}} = \underline{\underline{53,1^\circ}} \; ;$$

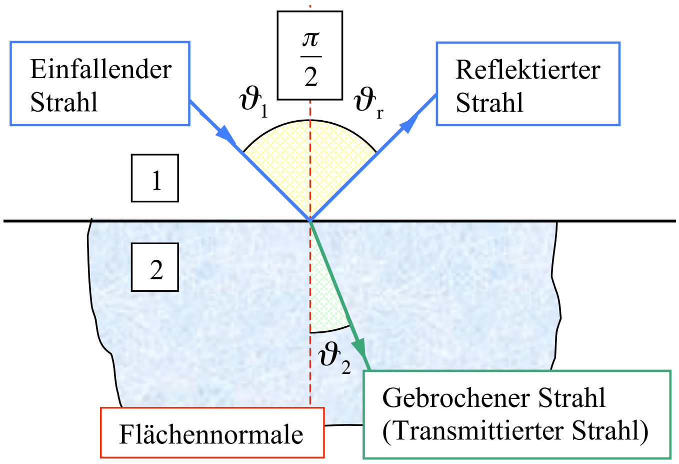

Abbildung 2: Die geometrischen Voraussetzungen im Teil (b).

b) Die Vorraussetzungen für diese Problemstellung ist wieder das Reflexionsgesetz, Gl.(2) und das Gesetz von SNELLIUS, Gl.(1). Dazu gilt für die Aufgabe die besondere Bedingung, siehe Abb.2.

$$\vartheta_1 + \vartheta_\mathrm{r} = \frac{\pi}{2} \; ; \tag{6}$$

Das Reflexionsgesetz, Gl.(2), und Gl.(6) ergeben:

$$\vartheta_1 + \vartheta_1 = \frac{\pi}{2} \quad \Rightarrow \quad \vartheta_1 = \frac{\pi}{4} \; ;$$

Das Gesetzt von Snellius Gl.(1) gibt dann:

$$n_1 \sin\left(\frac{\pi}{4}\right) = n_2 \sin(\vartheta_2) \quad \Rightarrow \quad \sin(\vartheta_2) = \frac{n_1}{n_2} \sin\left(\frac{\pi}{4}\right) \; ;$$

Nehmen wir wieder Wasser als Beispiel:

$$\tan(\vartheta_2) = \frac{n_1}{n_2} \sin\left(\frac{\pi}{4}\right) = \frac{1}{1,33} \frac{1}{\sqrt{2}} = 0,5317 \quad \Rightarrow$$

$$\vartheta_2 = \underline{\underline{0,4887\,\mathrm{rad}}} = \underline{\underline{28,0^\circ}} \; ;$$